P4 — Mouvement dans un champ uniforme

Thème 3 · Mouvement et interactions

Table des matières

1 Pourquoi ce chapitre ? 1

2 Ce que tu vas apprendre 2

3 1. Qu'est-ce qu'un champ uniforme ? 2

3.1 a. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ . . . 2

3.2 b. Le champ électrique $\vec{E}$ dans un condensateur plan . . . 2

4 2. Déterminer le mouvement : la recette universelle 3

4.1 Étape 1 — Trouver $\vec{a}$ avec la 2 loi de Newton . . . 3

4.2 Étape 2 — Remonter à $\vec{v}$ par primitivation . . . 3

4.3 Étape 3 — Remonter à $\overrightarrow{OM}$ par primitivation . . . 4

4.4 Étape 4 — Équation de la trajectoire : éliminer t . . . 4

4.5 Résumé visuel — Tir parabolique . . . 4

5 3. Aspects énergétiques 5

6 4. Application : l'accélérateur linéaire de particules 6

7 Carte mentale du chapitre 8

8 À retenir absolument 9

9 Quiz — Teste-toi ! 9

10 Pour aller plus loin 9

1 Pourquoi ce chapitre ?

Quand tu lances un caillou, il suit une trajectoire courbée — une **parabole**. Quand tu tires un ballon au basket, la balle décrit la même courbe. Quand un électron est propulsé dans un écran d'oscilloscope (ou dans le canon à électrons d'un vieux téléviseur), il fait **exactement la même chose**, mais sous l'action d'une force électrique au lieu du poids.

Pourquoi la même trajectoire ? Parce que **la cause est la même** : une force constante, dans une direction fixe. C'est ça, un *champ uniforme*. Une fois que tu maîtrises un cas, tu maîtrises les deux. Ce chapitre te montre comment, à partir de $\vec{a}$, tu remontes jusqu'à l'équation de la trajectoire — et comment l'énergie mécanique se conserve pendant la chute.

2 Ce que tu vas apprendre

- Ce qu'est un **champ uniforme** (pesanteur $\vec{g}$ ou électrique $\vec{E}$)
- Remonter de $\vec{a} \to \vec{v} \to \overrightarrow{OM}$ par **primitivation** avec conditions initiales
- Établir l'**équation de la trajectoire parabolique** en éliminant t
- Utiliser la **conservation de l'énergie mécanique** en chute libre
- Comprendre le principe d'un **accélérateur linéaire** via $W = qU$

---

3 1. Qu'est-ce qu'un champ uniforme ?

Un **champ vectoriel uniforme** est un champ qui garde, en tout point d'une région de l'espace, **la même direction, le même sens et la même valeur**. Autrement dit : partout où tu te places dans la région, la flèche du champ est identique.

> Analogie — Un vent constant dans une pièce
>
> Imagine que tu allumes un ventilateur géant qui souffle en ligne droite partout dans la chambre, avec la même force. En tout point, la brise est identique : même direction (du ventilo vers toi), même vitesse. C'est ça, un champ uniforme. Par contre, près d'un radiateur, l'air chaud monte ici mais pas là : ce n'est **pas** uniforme.

3.1 a. Le champ de pesanteur $\vec{g}$

À la surface de la Terre, dans une région de **petite taille par rapport au rayon terrestre** (une salle, un stade, même une ville), on peut considérer que $\vec{g}$ est uniforme :

- **Direction** : verticale
- **Sens** : vers le bas
- **Valeur** : $g \approx 9{,}81\ \mathrm{N \cdot kg^{\ 1}}$ en France

3.2 b. Le champ électrique $\vec{E}$ dans un condensateur plan

Quand on applique une tension U entre les deux plaques d'un **condensateur plan** (deux plaques métalliques parallèles séparées d'une distance d), un champ électrique **uniforme** apparaît entre les plaques :

Entre les plaques chargées, $\vec{E}$ est uniforme, perpendiculaire aux plaques, dirigé du + vers le −.

- **Direction** : perpendiculaire aux plaques
- **Sens** : de la plaque **+** vers la plaque **−**
- **Valeur** : $E = \dfrac{U}{d}$

> Formule — Champ dans un condensateur
>
> $$E = \frac{U}{d}$$
>
> - E : valeur du champ électrique ($\mathrm{V \cdot m^{\ 1}}$ ou $\mathrm{N \cdot C^{\ 1}}$)
> - U : tension entre les plaques (V)

- d : distance entre les plaques (m)

Plus la tension est grande **ou** plus les plaques sont proches, plus le champ est intense.

---

4 2. Déterminer le mouvement : la recette universelle

Qu'il s'agisse d'un ballon lancé en l'air ou d'un électron entre deux plaques, **la démarche est exactement la même**. Elle se fait en 4 étapes.

4.1 Étape 1 — Trouver $\vec{a}$ avec la 2 loi de Newton

On applique $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ au système en listant les forces qui agissent dessus.

Dans un champ de pesanteur

Une seule force : le poids $\vec{P} = m\vec{g}$.

$$m\vec{g} = m\vec{a} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$$

L'accélération ne dépend **pas** de la masse ! C'est pour ça qu'un marteau et une plume tombent à la même vitesse… dans le vide.

Dans un champ électrique

Une seule force (si on néglige le poids) : la force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$.

$$q\vec{E} = m\vec{a} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

Si $q > 0$, l'accélération est dans le sens de $\vec{E}$. Si $q < 0$ (électron), elle est dans le sens opposé.

Piège — Le poids de l'électron

Pour un électron, le poids $P = mg \approx 10^{-29}$ N est **négligeable** devant la force électrique $F \approx 10^{-15}$ N (14 ordres de grandeur !). C'est pour ça qu'on peut l'oublier. Mais pour une goutte d'huile chargée (expérience de Millikan), il ne faut surtout pas !

4.2 Étape 2 — Remonter à $\vec{v}$ par primitivation

Comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on cherche les **primitives** des coordonnées de $\vec{a}$. Chaque primitive fait apparaître une **constante d'intégration** qu'on détermine grâce aux **conditions initiales** (la vitesse à $t = 0$).

Pour un projectile lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale :

$$\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Avec $\vec{a} = \vec{g}$ (donc $a_x = 0$, $a_y = -g$), on intègre :

$$\vec{v}(t)\begin{pmatrix} v_x(t) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = -g\,t + v_0\sin\alpha \end{pmatrix}$$

4.3 Étape 3 — Remonter à $\overrightarrow{OM}$ par primitivation

Comme $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$, on recommence la même opération. Si le projectile part de l'origine O (donc $\overrightarrow{OM_0} = \vec{0}$) :

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) = (v_0\cos\alpha)\,t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g\,t^2 + (v_0\sin\alpha)\,t \end{pmatrix}$$

Ce sont les **équations horaires** du mouvement.

Analogie — Remonter une rivière

Dériver, c'est descendre le courant (position → vitesse → accélération). Intégrer (primitiver), c'est le remonter : partant de l'accélération, on remonte à la vitesse, puis à la position. À chaque remontée, il manque une info (la position/vitesse **de départ**) : ce sont les conditions initiales qui la donnent.

4.4 Étape 4 — Équation de la trajectoire : éliminer t

Les équations horaires donnent x et y en fonction du temps. Pour avoir la **forme de la trajectoire**, on élimine t entre les deux :

1. On extrait t de l'équation sur x : $t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$
2. On remplace dans l'équation sur y.

On obtient :

$$\boxed{y(x) = -\frac{g}{2(v_0\cos\alpha)^2}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x}$$

C'est une **parabole** dans le plan vertical contenant $\vec{v}_0$.

Piège — « Parabole », pas « arc de cercle »

Intuitivement, on imagine souvent qu'un ballon lancé trace un arc de cercle. **Non !** C'est une parabole. La différence est subtile à l'œil nu mais importante : une parabole « retombe » plus fort qu'un cercle en bout de course.

4.5 Résumé visuel — Tir parabolique

La trajectoire est une parabole. La ***flèche*** *est la hauteur maximale, la* ***portée*** *la distance au sol.*

Exemple — Tir à 30° à 20 m/s

Un ballon est lancé depuis le sol à $v_0 = 20\ \mathrm{m \cdot s^{\ 1}}$, avec $\alpha = 30°$. On prend $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{\ 2}}$.
Équations horaires :

$$x(t) = 20\cos(30°)\,t \approx 17{,}3\,t \qquad y(t) = -4{,}9\,t^2 + 20\sin(30°)\,t = -4{,}9\,t^2 + 10\,t$$

Temps de vol (retour au sol, $y = 0$, $t \neq 0$) :

$$t = \frac{10}{4{,}9} \approx 2{,}0\ \mathrm{s}$$

Portée (distance horizontale parcourue) :

$$x_{\text{max}} = 17{,}3 \times 2{,}0 \approx 35\ \mathrm{m}$$

---

5 3. Aspects énergétiques

Lors d'un mouvement dans un champ uniforme, **en l'absence de frottements**, l'énergie mécanique du système se conserve :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \text{constante}$$

L'énergie cinétique se convertit en énergie potentielle (et réciproquement), comme sur un échangeur.

Analogie — Le compte en banque de l'énergie

Imagine deux comptes bancaires : E_c (vitesse) et E_{pp} (hauteur). La somme $E_m = E_c + E_{pp}$ est **fixe**. Quand le ballon monte, il transfère des euros du compte « vitesse » vers le compte « hauteur ». Quand il redescend, l'inverse. Au point le plus haut, tout est sur E_{pp} (vitesse verticale nulle). Au sol, tout est sur E_c.

Formules d'énergie

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_{pp} = mgz$$

- m : masse (kg)
- v : valeur de la vitesse ($\mathrm{m \cdot s^{\ 1}}$)
- z : altitude (m, mesurée depuis une référence choisie)
- g : champ de pesanteur ($\mathrm{N \cdot kg^{\ 1}}$)

Piège — L'altitude de référence est arbitraire

L'altitude $z = 0$ est **un choix** : sol, table, plafond... peu importe. Ce qui compte, c'est la **variation** $\Delta E_{pp} = mg(z_f - z_i)$, pas la valeur absolue. Quand un exercice demande « calcule E_{pp} », il faut **toujours** préciser : « avec $z = 0$ au niveau du sol ».

Exemple — Vitesse d'impact d'une pomme

Une pomme tombe d'une branche à $h = 6{,}7$ m. Quelle vitesse a-t-elle en arrivant au sol ? (On néglige l'air, $g = 10\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}}$.)
Conservation de E_m entre le départ (en haut, $v_i = 0$) et l'arrivée (en bas, $z = 0$) :

$$\underbrace{0 + mgh}_{E_m \text{ initial}} = \underbrace{\tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0}_{E_m \text{ final}}$$

La masse se simplifie ! Il vient :

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 6{,}7} \approx 11{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \approx 42\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

---

6 4. Application : l'accélérateur linéaire de particules

Un **accélérateur linéaire** (LINAC) utilise un champ électrique uniforme pour donner de la vitesse à des particules chargées (protons, électrons) en ligne droite. On s'en sert en recherche fondamentale (LHC, LINAC du CERN) et en médecine (radiothérapie).

Principe : on applique une tension U_{AB} entre deux points A et B. Une particule de charge q partant de A avec une vitesse négligeable acquiert une énergie cinétique égale au **travail** de la force électrique :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = q \times E \times d = q \times \frac{U_{AB}}{d} \times d$$

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = q\,U_{AB}}$$

D'après le **théorème de l'énergie cinétique** :

$$\Delta E_c = W_{A\to B}(\vec{F}) \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = q\,U_{AB}$$

D'où la vitesse en sortie :

$$v_B = \sqrt{\frac{2\,q\,U_{AB}}{m}}$$

Exemple — Proton accéléré à 1 kV

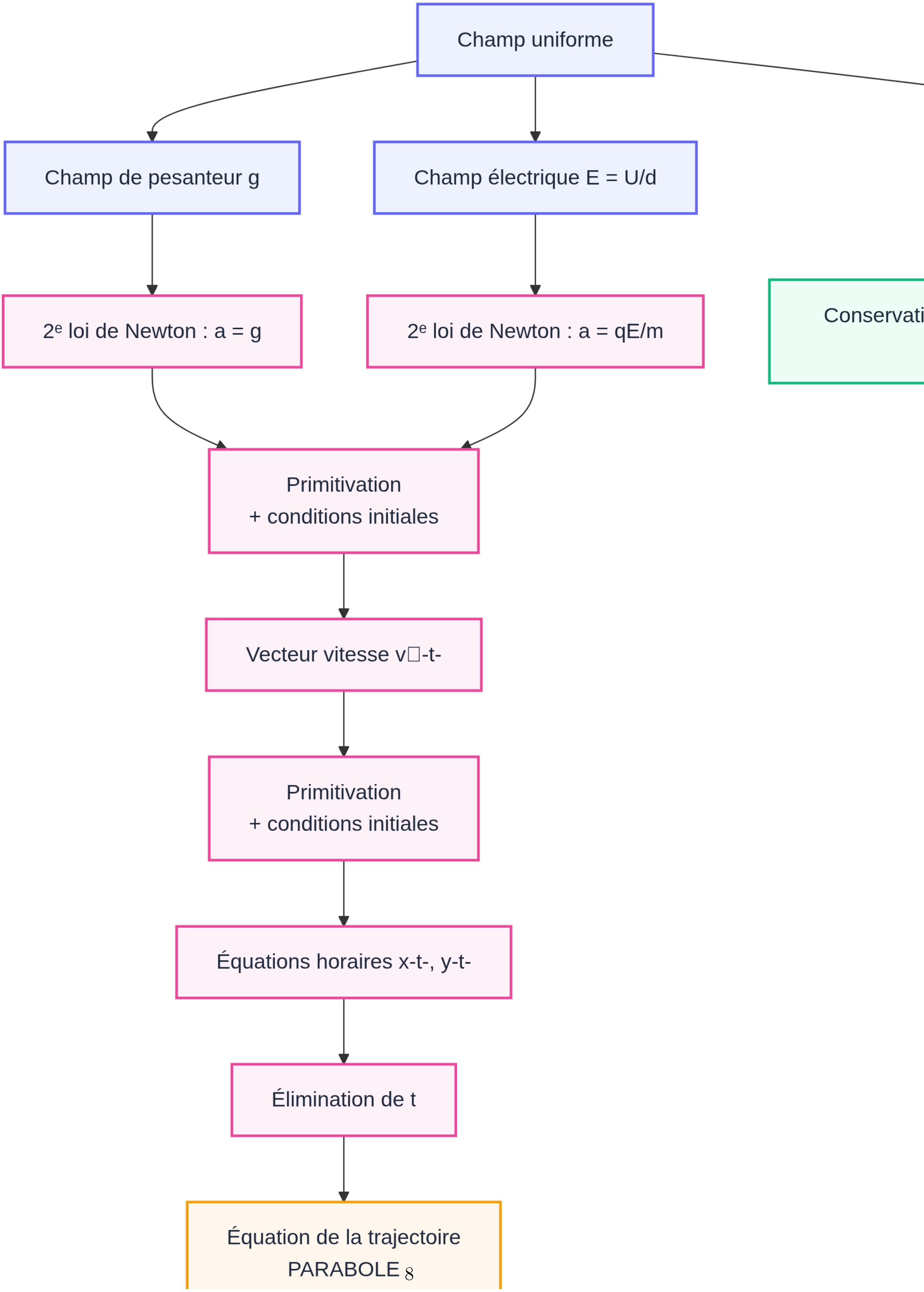
Un proton ($q = e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C, $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg) est accéléré sous $U = 1000$ V.

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1000}{1{,}67 \times 10^{-27}}} \approx 4{,}4 \times 10^5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

440 km/s avec seulement 1 kV ! Voilà pourquoi les accélérateurs sont si efficaces.

---

7 Carte mentale du chapitre



---

8 À retenir absolument

1. **Champ uniforme** = même direction, même sens, même valeur en tout point.
2. **Condensateur plan** : $E = U/d$, direction perpendiculaire aux plaques, sens du + vers le −.
3. **Démarche** : 2 loi de Newton → $\vec{a}$ → primitivation → $\vec{v}$ → primitivation → $\overrightarrow{OM}$ → équations horaires → élimination de t → **équation de la trajectoire (parabole)**.
4. Les **conditions initiales** déterminent les constantes d'intégration.
5. Sans frottements, l'**énergie mécanique se conserve** : $E_c + E_{pp} = $ cste.
6. **Accélérateur linéaire** : $W_{A \to B}(\vec{F}) = qU_{AB}$ donne l'énergie acquise par la particule.

---

9 Quiz — Teste-toi !

---

10 Pour aller plus loin

- Cours officiel (PDF)
- L'essentiel du chapitre
- Chapitres liés : P3 — 2 loi de Newton · P5 — Gravitation