P9 — Dynamique du dipôle RC

Thème 4 · Ondes et signaux

Table des matières

1 Pourquoi ce chapitre ? 1

2 Ce que tu vas apprendre 2

3 1. L'intensité, un débit de charges 2

4 2. Le condensateur 2
4.1 a. Constitution . . . 2
4.2 b. Capacité . . . 3
4.3 c. Relation charge-tension . . . 3

5 3. Le circuit RC série : charge d'un condensateur 3
5.1 a. Établir l'équation différentielle . . . 4
5.2 b. Résoudre l'équation différentielle . . . 4
5.3 c. Décharge d'un condensateur . . . 4

6 4. La constante de temps $\tau = RC$ 5
6.1 a. Valeurs caractéristiques . . . 5
6.2 b. Déterminer τ graphiquement . . . 5

7 Carte mentale du chapitre 6

8 À retenir absolument 7

9 Quiz — Teste-toi ! 7

10 Pour aller plus loin 7

1 Pourquoi ce chapitre ?

Quand tu appuies sur le flash d'un appareil photo, la lumière ne sort pas immédiatement : il y a ce petit « bzzz » de quelques millisecondes avant le *clic*. Ce bruit, c'est un **condensateur qui se charge**. Quand le flash s'allume, tout cet énergie accumulée se libère en quelques microsecondes — trop rapidement pour que la pile seule puisse fournir autant de courant d'un coup.

Le **dipôle RC**, c'est ça : un condensateur qui se remplit (ou se vide) à travers une résistance. On le retrouve partout : les écrans tactiles capacitifs, les filtres audio, les clignotants de voiture, les temporisations électroniques. Ce chapitre t'apprend à **modéliser ce comportement** avec une équation différentielle et à en tirer la fameuse courbe exponentielle.

2 Ce que tu vas apprendre

- Le lien entre intensité et charge : $i = \dfrac{dq}{dt}$
- La relation caractéristique d'un condensateur : $q = Cu_C$
- Établir et résoudre l'**équation différentielle** d'un circuit RC (charge et décharge)
- La **constante de temps** $\tau = RC$ et son interprétation
- Déterminer τ graphiquement (tangente à l'origine, 63 %, 5)

---

3 1. L'intensité, un débit de charges

Un courant électrique, c'est un **déplacement d'ensemble de charges**. Quand le courant est constant (régime permanent), on connaît la formule de seconde :

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

Mais quand le courant **varie dans le temps** (ce qui est le cas d'un condensateur qui se charge), il faut passer à une version « instantanée » :

Formule — Intensité instantanée

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

- i : intensité instantanée (A)
- q : charge ayant traversé la section du conducteur (C)
- dq/dt : dérivée de la charge par rapport au temps

Analogie — Le débit d'une rivière

L'intensité, c'est le **débit** d'une rivière : combien de litres d'eau passent par seconde à un endroit donné. En régime permanent, le débit est constant : on peut faire $I = V/\Delta t$. Mais pendant une crue ou un étiage, le débit change à chaque instant — il faut parler de débit **instantané** : $i = dq/dt$.

---

4 2. Le condensateur

4.1 a. Constitution

Un condensateur, c'est essentiellement **deux plaques conductrices séparées par un isolant** (le diélectrique). Quand on le relie à un générateur, les électrons s'accumulent sur une plaque (qui devient négative) et sont « aspirés » de l'autre (qui devient positive). Comme l'isolant bloque le passage, les charges restent **piégées** : le condensateur a stocké de l'énergie.

4.2 b. Capacité

La **capacité** C mesure l'aptitude du condensateur à stocker des charges. Elle s'exprime en **farad (F)** :

- Condensateurs usuels : quelques µF ou nF
- $1\ \mu\text{F} = 10^{-6}$ F
- 1 nF $= 10^{-9}$ F

Piège — Le farad est **énorme**

Un farad, c'est gigantesque ! Un condensateur de 1 F peut fournir 1 A pendant 1 s sous 1 V. On utilise presque toujours des microfarads ou des nanofarads. Un condensateur de 1 F existe (les « supercondensateurs ») mais a la taille d'une pile AA.

4.3 c. Relation charge-tension

À tout instant, la charge q_A de l'armature A est **proportionnelle** à la tension u_C aux bornes du condensateur :

$$\boxed{q_A = C \times u_C}$$

En dérivant cette relation par rapport au temps, on obtient l'intensité dans la branche du condensateur :

$$i = \frac{dq_A}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}$$

Analogie — Le seau et le robinet

Imagine un seau (C) sous un robinet. La **charge** q, c'est le **volume d'eau** dans le seau. La **tension** u_C, c'est la **hauteur** de l'eau. Plus le seau est grand (C élevé), plus il faut de litres pour atteindre une même hauteur ($q = Cu_C$). L'**intensité** i, c'est le **débit** du robinet, donc la vitesse à laquelle la hauteur monte : $i = C \cdot du_C/dt$.

---

5 3. Le circuit RC série : charge d'un condensateur

On étudie le circuit ci-dessous : une résistance R en série avec un condensateur C, alimenté par une source de tension constante E via un interrupteur. Au départ, le condensateur est **complètement déchargé** ($u_C(0) = 0$).

Circuit RC série : générateur E, interrupteur, résistance R, condensateur C. Courant i au moment de la fermeture.

5.1 a. Établir l'équation différentielle

Loi des mailles (on parcourt la boucle) :

$$u_R + u_C = E$$

Or $u_R = R\,i$ et $i = C\,\dfrac{du_C}{dt}$ (relation du condensateur). En substituant :

$$R \times C \times \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

Ou encore, en divisant par RC :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}\,u_C = \frac{E}{RC}}$$

C'est une équation différentielle **linéaire du premier ordre à coefficients constants**.

5.2 b. Résoudre l'équation différentielle

Les solutions d'une équation de la forme $y' = ay + b$ (avec $a \neq 0$) sont :

$$y(t) = K\,e^{at} - \frac{b}{a}$$

Ici $a = -1/(RC)$ et $b = E/(RC)$, donc $-b/a = E$. La solution générale est :

$$u_C(t) = K\,e^{-t/(RC)} + E$$

Condition initiale : à $t = 0$, $u_C(0) = 0$ (condensateur déchargé) :

$$0 = K \times e^0 + E = K + E \quad \Longrightarrow \quad K = -E$$

Loi de charge d'un condensateur

$$\boxed{u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)} \qquad \text{avec } \tau = RC$$

- E : tension du générateur (V) — c'est la **valeur finale** de u_C
- $\tau = RC$: **constante de temps** (s)
- u_C part de 0 et tend **asymptotiquement** vers E

5.3 c. Décharge d'un condensateur

On bascule l'interrupteur pour remplacer E par un simple fil : le condensateur se décharge dans R. La loi des mailles devient $u_R + u_C = 0$, et la même démarche donne :

$$u_C(t) = E\,e^{-t/\tau}$$

Le condensateur part de E et tend vers 0.

*Charge : u_C croît de 0 vers E, atteint $0{,}63\,E$ à $t = \tau$. Décharge : u_C décroît de E vers 0, atteint $0{,}37\,E$ à $t = \tau$. La **tangente à l'origine** coupe l'asymptote au temps τ.*

6 4. La constante de temps $\tau = RC$

La **constante de temps** $\tau = RC$ caractérise la **rapidité** de la charge ou de la décharge. Elle a bien la dimension d'un temps :

$$[\tau] = [R] \times [C] = \Omega \times F = \mathrm{V/A} \times \mathrm{C/V} = \mathrm{C/A} = \mathrm{s}$$

Analogie — Le temps de remplir un bain

τ, c'est comme le temps qu'il faut pour remplir un bain : il dépend de la taille du bain (C, la capacité) **et** de la taille du tuyau (R, la résistance). Un grand bain avec un petit robinet met du temps à se remplir ; un petit bain avec un gros tuyau se remplit instantanément.

6.1 a. Valeurs caractéristiques

Temps écoulé	u_C en charge	u_C en décharge
$t = \tau$	$\approx 63\%$ de E	$\approx 37\%$ de E
$t = 3\tau$	$\approx 95\%$	$\approx 5\%$
$t = 5\tau$	$\approx 99{,}3\%$	$\approx 0{,}7\%$

En pratique, on considère que le régime permanent est atteint au bout de 5τ.

6.2 b. Déterminer τ graphiquement

Deux méthodes très classiques au bac :

1. **Tangente à l'origine** : la tangente à la courbe au point $t = 0$ coupe l'asymptote $u_C = E$ (en charge) au temps $t = \tau$.
2. **Lecture à 63 %** : on repère le temps tel que $u_C = 0{,}63\,E$ (charge) ou $u_C = 0{,}37\,E$ (décharge) ; ce temps est τ.

Piège — Ne pas confondre tangente et asymptote

La courbe $u_C(t)$ ne « touche » jamais E mathématiquement : elle tend vers cette valeur sans jamais l'atteindre. τ n'est **pas** le temps à partir duquel la charge est terminée ; c'est le temps où on a atteint 63%. On considère en pratique que c'est « fini » à 5τ.

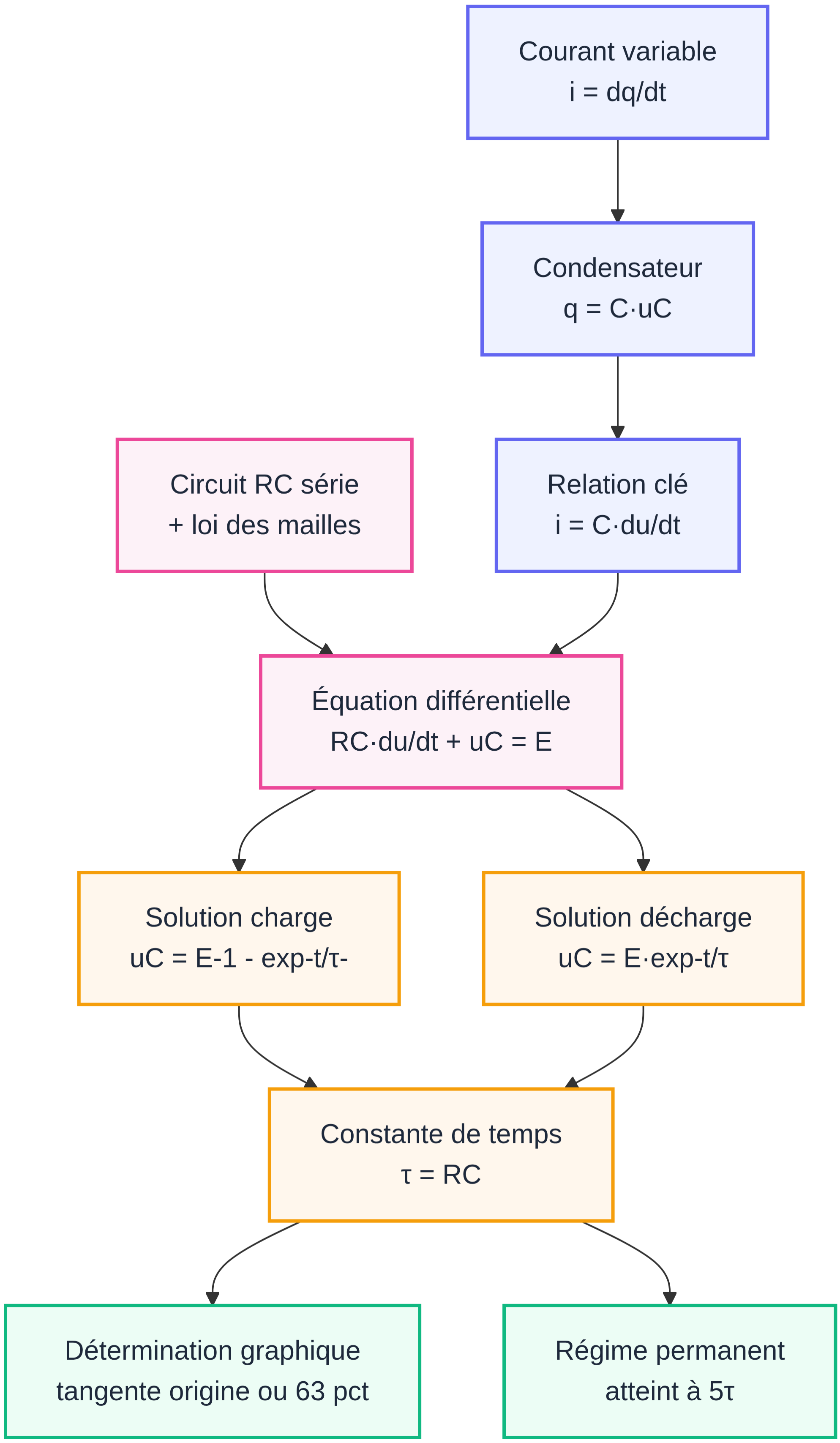
Exemple numérique

Un condensateur de $C = 47\ \mu\mathrm{F}$ se charge à travers $R = 2{,}2\ \mathrm{k}\Omega$ sous $E = 5$ V.

$$\tau = RC = 2{,}2 \times 10^3 \times 47 \times 10^{-6} = 103\ \mathrm{ms} \approx 0{,}1\ \mathrm{s}$$

- À $t = \tau = 0{,}1$ s : $u_C \approx 0{,}63 \times 5 = 3{,}15$ V
- À $t = 5\tau = 0{,}5$ s : u_C est quasiment égal à 5 V (charge terminée)

7 Carte mentale du chapitre



8 À retenir absolument

1. **Intensité** : $i = dq/dt$ (dérivée de la charge).
2. **Condensateur** : $q = Cu_C$, donc $i = C\,du_C/dt$.
3. **Équation différentielle** (charge) : $RC\,\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$.
4. **Solution charge** : $u_C(t) = E\,(1 - e^{-t/\tau})$.
5. **Solution décharge** : $u_C(t) = E\,e^{-t/\tau}$.
6. **Constante de temps** : $\tau = RC$, en secondes. Elle fixe la **rapidité** du phénomène.
7. À $t = \tau$: on a fait **63 %** de la charge (ou il en reste **37 %** en décharge).
8. Le régime permanent est atteint en pratique à $t \approx 5\tau$.

---

9 Quiz — Teste-toi !

---

10 Pour aller plus loin

- Cours officiel (PDF)
- Chapitres liés : P1 — Effet Doppler